

# 超声速平面钝体流动的快速解法

彭世镠

中国科学院力学研究所, 北京(邮政编码 100080)

余少志

南京航空航天大学, 江苏南京(邮政编码 210016)

**摘要** 本文介绍了一种平面流动的快速欧拉方程解法。该方法将原参数非定常欧拉方程组重新组合成以广义黎曼变量表示的欧拉方程组, 再用二点二步迎风格式离散求解。针对钝体流动, 本文先建立了动网格下的方程, 构造了动网格下的算法。提出了一种简单的激波处理方法。计算结果表明, 该方法速度快、稳定性好, 对初场不敏感。

**关键词** 欧拉方程, 差分方法, 超声速流动, 钝体。

## 引言

超声速钝体绕流问题作为一个实际应用问题是一个非常老的课题, 早在50~60年代, 国外就对此进行了广泛的研究, 提出了许多方法, 如Van Dyke等人的推进解法、直线法、积分关系法等, 国内60年代也有许多专家致力于钝体流动的数值解法的研究。但由于它们或出现奇点或因问题的不适定性引起误差增长, 所以应用起来存在不少问题。时间相关法的出现及其各种差分格式的提出给跨声速流动的差分计算带来了很大希望, 但它漫长的时间渐近过程及其算法构造的复杂往往造成人力物力的巨大浪费。

1979年, Moretti提出的求解非守恒型的非定常欧拉方程组的“ $\lambda$ ”格式。其重要思路是双曲型方程包含了信息传播的依赖域问题, 因此, 双曲型方程数值解的差分格式必须反映特征理论的本质。他把非守恒型欧拉方程组的导数项按照特征方向人为分为几个子项, 每个子项的差分格式则根据特征值的符号分别采用后差或前差格式。使得欧拉方程的求解无论是精度还是速度都有了大大提高, 因而被认为是当时最好的格式<sup>[1]</sup>。后来在“ $\lambda$ ”格式的基础上, 通过不同的方程形式和利用不同的积分方法, 发展了许多修正的“ $\lambda$ ”格式, 如扰动格式、Coin格式、双向扫描方法等, 它们不同程度地提高了解的精度和Courant数, 加快了收敛速度, 使得时间相关法固有的漫长过程大大缩短。

1987年Moretti提出了“ $\lambda$ ”格式的另一种改进型<sup>[2]</sup>, 该方法将原参数欧拉方程重新组合成用广义黎曼变量表示的特征方程, 再用二点二步迎风格式离散求解, 并就平面流

本文于1992年3月31日收到, 1993年4月9日收到修改稿。

动给出了在两种不同网格下的算法构造。

本文研究了这一差分方法的新成果, 并将它推广到二维平面流动的超声钝体流动计算。建立了动网格下的方法, 构造了动网格下的算法, 提出了一种简单的激波处理方法。计算结果表明, 本文所述方法稳定性好, 对初场不敏感, 收敛速度极快, 如计算半圆头超声速流动, 网格点为 $6 \times 10$ 时, 在PC/AT286微机上仅需10分钟左右, 结果令人满意。

## 一、运动方程

非定常欧拉方程组矢量式为

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{\delta} \frac{da}{dt} - a \frac{dS}{dt} + a \nabla \cdot \vec{q} \right) &= 0 \\ \frac{d\vec{q}}{dt} + \frac{a}{\delta} \nabla a - a^2 \nabla S &= 0 \\ \frac{dS}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\delta = (\gamma - 1)/2$ ,  $\gamma$ 为比热比,  $a$ 、 $\vec{q}$ 、 $S$ 分别为声速、速度矢及熵。

设 $\vec{n}$ 、 $\vec{\tau}$ 为运动平面内的一对正交单位矢量,  $\vec{W}$ 为任一单位矢量,  $\vec{K}$ 为垂直于运动平面的单位矢量,  $\vec{l}$ 为某固定方向的单位矢量,  $\alpha_0$ 为 $\vec{n}$ 和 $\vec{l}$ 之间的夹角, 则存在下列关系式

$$\vec{\tau} = \vec{K} \times \vec{n} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{q} = \vec{n} \cdot \nabla (\vec{n} \cdot \vec{q}) + \vec{\tau} \cdot \nabla (\vec{\tau} \cdot \vec{q}) + \vec{K} \times \vec{q} \cdot \nabla \alpha_0 \quad (3)$$

$$\vec{W} \cdot (\vec{q} \cdot \nabla) \vec{q} = \vec{q} \cdot \nabla (\vec{W} \cdot \vec{q}) - \vec{q} \cdot [(\vec{q} \cdot \nabla) \vec{W}] \quad (4)$$

$$(\vec{q} \cdot \nabla) \vec{n} = \vec{\tau} (\vec{q} \cdot \nabla \alpha_0) \quad (5)$$

$$(\vec{q} \cdot \nabla) \vec{\tau} = -\vec{n} (\vec{q} \cdot \nabla \alpha_0) \quad (6)$$

用 $\vec{W}$ 点乘(1)式中的第二个方程再加入到(1)中第一个方程中得到下列标量方程

$$\begin{aligned} \frac{a_t}{\delta} + \vec{W} \cdot \vec{q}_t + \vec{q} \cdot \nabla \left( \frac{a}{\delta} \right) - a S_t - a (\vec{q} + a \vec{W}) \cdot \nabla S \\ + \vec{W} \cdot (\vec{q} \cdot \nabla) \vec{q} + a \left[ \vec{W} \cdot \nabla \left( \frac{a}{\delta} \right) + \nabla \cdot \vec{q} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

将(3)、(4)代入上式可得

$$\begin{aligned} \frac{a_t}{\delta} + \vec{W} \cdot \vec{q}_t + \vec{q} \cdot \nabla \left[ \left( \frac{a}{\delta} \right) + \vec{W} \cdot \vec{q} \right] - a S_t - a (\vec{q} + a \vec{W}) \cdot \nabla S \\ + a \vec{W} \cdot \nabla \left( \frac{a}{\delta} \right) + a \vec{n} \cdot \nabla (\vec{n} \cdot \vec{q}) + a \vec{\tau} \cdot \nabla (\vec{\tau} \cdot \vec{q}) \\ - \vec{q} \cdot [(\vec{q} \cdot \nabla) \vec{W}] + a \vec{K} \times \vec{q} \cdot \nabla \alpha_0 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

令 $\vec{W}$ 分别等于 $\vec{n}$ 、 $\vec{\tau}$ 和 $-\vec{n}$ 、 $-\vec{\tau}$ , 则(8)式可导得下列4个方程

$$\begin{cases} \frac{a_i}{\delta} + \vec{q}_i \cdot \vec{n} - aS_i + \vec{\lambda}_1 \cdot (\nabla \rho_1 - a \nabla S) + a \vec{\tau} \cdot \nabla (\vec{q} \cdot \vec{\tau}) - \beta \vec{q} \cdot \vec{\tau} + \vec{F} = 0 \\ \frac{a_i}{\delta} - \vec{q}_i \cdot \vec{n} - aS_i + \vec{\lambda}_2 \cdot (\nabla \rho_2 - a \nabla S) + a \vec{\tau} \cdot \nabla (\vec{q} \cdot \vec{\tau}) + \beta \vec{q} \cdot \vec{\tau} + \vec{F} = 0 \\ \frac{a_i}{\delta} + \vec{q}_i \cdot \vec{\tau} - aS_i + \vec{\lambda}_3 \cdot (\nabla \rho_3 - a \nabla S) + a \vec{n} \cdot \nabla (\vec{q} \cdot \vec{n}) + \beta \vec{q} \cdot \vec{n} + F = 0 \\ \frac{a_i}{\delta} - \vec{q}_i \cdot \vec{\tau} - aS_i + \vec{\lambda}_4 \cdot (\nabla \rho_4 - a \nabla S) + a \vec{n} \cdot \nabla (\vec{q} \cdot \vec{n}) - \beta \vec{q} \cdot \vec{n} + F = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{其中, } \rho_1 = \frac{a}{\delta} + \vec{n} \cdot \vec{q}, \quad \vec{\lambda}_1 = \vec{q} + a \vec{n}$$

$$\rho_2 = \frac{a}{\delta} - \vec{n} \cdot \vec{q}, \quad \vec{\lambda}_2 = \vec{q} - a \vec{n}$$

$$\rho_3 = \frac{a}{\delta} + \vec{\tau} \cdot \vec{q}, \quad \vec{\lambda}_3 = \vec{q} + a \vec{\tau}$$

$$\rho_4 = \frac{a}{\delta} - \vec{\tau} \cdot \vec{q}, \quad \vec{\lambda}_4 = \vec{q} - a \vec{\tau}$$

$$\beta = \vec{q} \cdot \nabla \alpha_0, \quad F = a(\vec{K} \times \vec{q}) \cdot \nabla \alpha_0 \quad (10)$$

注意到 $\vec{n}$ 、 $\vec{\tau}$ 的正交性, 式(9)中的4个方程可经适当组合得到三个方程

$$\frac{2}{\delta} a_i - 2a S_i + 2a \vec{q} \cdot \nabla S + \sum_{i=1}^4 \vec{\lambda}_i \cdot (\nabla \rho_i - a \nabla S) - \frac{2}{\delta} \vec{q} \cdot \nabla a + 2F = 0 \quad (11)$$

$$2(\vec{q} \cdot \vec{n})_i + \vec{\lambda}_1 \cdot (\nabla \rho_1 - a \nabla S) - \vec{\lambda}_2 \cdot (\nabla \rho_2 - a \nabla S) - 2\beta \vec{q} \cdot \vec{\tau} = 0 \quad (12)$$

$$2(\vec{q} \cdot \vec{\tau})_i + \vec{\lambda}_3 \cdot (\nabla \rho_3 - a \nabla S) - \vec{\lambda}_4 \cdot (\nabla \rho_4 - a \nabla S) + 2\beta \vec{q} \cdot \vec{\tau} = 0 \quad (13)$$

以上各式中,  $\vec{\lambda}_i$  为广义特征斜率,  $\rho_i$  为广义黎曼变量。式(11)、(12)、(13)和方程组(1)中的第三式构成了广义黎曼变量梯度形式 Euler 方程组。

对于钝体平面流动计算, 采用极坐标较合适, 令 $\vec{n}$ 、 $\vec{\tau}$ 为单位极坐标向量, 则

$$\vec{q} = u \vec{n} + v \vec{\tau}$$

$$\text{又令 } R_1^r = \rho_1 = \frac{a}{\delta} + \vec{q} \cdot \vec{n} = \frac{a}{\delta} + u$$

$$R_2^r = \rho_2 = \frac{a}{\delta} - \vec{q} \cdot \vec{n} = \frac{a}{\delta} - u$$

$$R_1^\theta = \rho_3 = \frac{a}{\delta} + \vec{q} \cdot \vec{\tau} = \frac{a}{\delta} + v$$

$$R_2^\theta = \rho_4 = \frac{a}{\delta} - \vec{q} \cdot \vec{\tau} = \frac{a}{\delta} - v$$

$$\begin{aligned} \lambda_1^r &= g_1(u+a), \quad \lambda_2^r = g_1(u-a), \quad \lambda_3^r = g_1 u \\ \lambda_1^\theta &= g_2(v+a), \quad \lambda_2^\theta = g_2(v-a), \quad \lambda_3^\theta = g_2 v \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1/r$  为拉梅系数。易得

$$\vec{A}_1 = \lambda_1^r \vec{n} + \lambda_1^\theta \vec{\tau}$$

$$\vec{A}_2 = \lambda_2^r \vec{n} + \lambda_2^\theta \vec{\tau}$$

$$\vec{A}_3 = \lambda_3^r \vec{n} + \lambda_3^\theta \vec{\tau}$$

$$\vec{A}_4 = \lambda_4^r \vec{n} + \lambda_4^\theta \vec{\tau}$$

代入(11)、(12)、(13)式得到

$$\frac{a_t}{\delta} = aS_t - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i^r (R_{1r}^r - aS_r) + \lambda_i^\theta (R_{2r}^r - aS_r) - F \quad (15a)$$

$$u_t = -\frac{1}{2} [\lambda_1^r (R_{1r}^r - aS_r) - \lambda_2^r (R_{2r}^r - aS_r)] - \lambda_1^\theta v_\theta - \beta v \quad (15b)$$

$$v_t = -\frac{1}{2} [\lambda_1^\theta (R_{1\theta}^\theta - aS_\theta) - \lambda_2^\theta (R_{2\theta}^\theta - aS_\theta)] - \lambda_3^\theta v_\theta - \beta u \quad (15c)$$

由(1)中的第三式得

$$S_t = -[-\lambda_3^\theta S_\theta + \lambda_4^r S_r] \quad (15d)$$

## 二、算法构造

对于图1所示流场,以激波、物面、轴线及下游边界构成计算区域的边界。因为采用时间相关法,激波在计算过程中在运动,所以图示网格在计算中为动网格。

作变换

$$\begin{cases} X = \frac{r_s - r}{r_s - r_b} \\ Y = \frac{\pi - \theta}{\pi - \theta_{\min}} \\ \tau = t \end{cases} \quad (16)$$

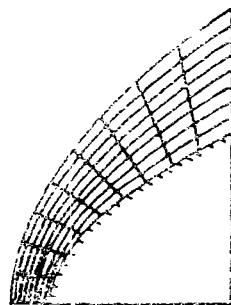


图1 计算网格

Fig. 1 Grid of calculation

其中下标 $s$ 代表激波上的值, $b$ 代表物面上的值。

由链锁法则,将上述变换代入(15)各式得到

$$\begin{cases} a_r = \delta a_s + \frac{\delta}{2} [f_1^X + f_2^X + f_4^X - f_3^X + f_1^Y + f_2^Y + f_3^Y] \\ u_r = \frac{1}{2} [f_1^X - f_2^X + 2f_3^X + f_4^X] \\ v_r = \frac{1}{2} [f_1^Y - f_2^Y + f_4^Y + f_3^Y + 2f_3^X + f_1^X] \\ s_r = f_3^X + f_4^Y \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $f_1^X = -\lambda_1^r [R_{1r}^r - a s_r]$ ,  $f_2^X = -\lambda_2^r [R_{2r}^r - a s_r]$   
 $f_3^X = -\lambda_3^r v_\theta$ ,  $f_4^X = -\lambda_4^r [R_{1r}^r - a s_r]$

$$\begin{aligned}
 f_3^x &= -\lambda_4^x [R_{2X}^y - a s_X], & f_6^x &= -\lambda_8^x s_X \\
 f_1^y &= -\lambda_1^y [R_{1Y}^y - a s_Y], & f_2^y &= -\lambda_2^y [R_{2Y}^y - a s_Y] \\
 f_8^y &= -\lambda_3^y u_Y, & f_4^y &= -\lambda_5^y s_Y \\
 f_1^z &= -2\beta u, & f_2^z &= 2\beta v \\
 f_8^z &= -2F, \quad F = \frac{au}{r}, \quad \beta = \frac{v}{r}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1^x &= \frac{a}{\delta} + u, & R_2^x &= \frac{a}{\delta} - u \\
 R_1^y &= \frac{a}{\delta} + v, & R_2^y &= \frac{a}{\delta} - v \\
 \lambda_1^x &= U + X, a, & \lambda_2^x &= U - X, a \\
 \lambda_3^x &= U, & \lambda_4^x &= X, \frac{a}{r} \\
 \lambda_1^y &= V + Y, \frac{a}{r}, & \lambda_2^y &= V - Y, \frac{a}{r} \\
 \lambda_3^y &= V, & V &= Y, \frac{V}{r} \\
 U &= X, + X, u + X, \frac{V}{r}
 \end{aligned}$$

离散格式采用二点二步迎风格式, 以  $f_1^x$  为例, 令  $f_1^x = -\lambda_1^x \theta_X$ , 则

第一步

$$[f_1^x]_{n,m}^k = -\frac{1}{2\Delta x} [(\lambda_1^x)_{j,m} + (\lambda_1^x)_{j',m}] [\theta_{j,m} - \theta_{j',m}] \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 j' &= \begin{cases} n-1, & \lambda_{n,m}^x > 0 \\ n, & \lambda_{n,m}^x < 0 \end{cases} \\
 j &= j' + 1
 \end{aligned}$$

第二步

$$[f_1^x]_{n,m}^{k+\frac{1}{2}} = 2[f_1^x]_{n,m}^{k+\frac{1}{2}} - [f_1^x]_{i,m}^k \quad (19)$$

其中,

$$i = \begin{cases} n-1, & \lambda_{n,m}^x > 0 \\ n, & \lambda_{n,m}^x < 0 \end{cases}$$

### 三、激波边界的处理

设激波方程为

$$F(r, \theta, t) = r - S(\theta, t) = 0 \quad (20)$$

则激波面的单位法矢量和切矢量分别为

$$\begin{cases} \vec{n}_s = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \left[ \frac{\partial F}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right] / \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \quad = N_1 \vec{e}_r + N_2 \vec{e}_\theta \\ \vec{\tau}_s = -N_1 \vec{e}_\theta + N_2 \vec{e}_r \end{cases} \quad (21)$$

其中, 
$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{s_\theta}{s}\right)^2}} \\ N_2 = -s_\theta / [s\sqrt{1 + (s_\theta/s)^2}] \end{cases}$$

设激波运动速度为

$$\vec{W} = W^r \vec{e}_r + W^\theta \vec{e}_\theta = W \vec{n}_s \quad (22)$$

定义运动激波相对运动马赫数为

$$\begin{aligned} M_{r,s} &= \frac{u_{N_\infty} - W}{a_\infty} = \frac{\vec{q}_\infty \cdot \vec{n}_s - W}{a_\infty} \\ &= (N_1 \cos \theta - N_2 \sin \theta) M_\infty - W/a_\infty \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $\vec{q}_\infty$  为来流速度矢,  $u_{N_\infty}$  为来流速度在激波法线方向的投影,  $M_\infty$ 、 $a_\infty$  分别为来流马赫数及声速。

由(22)式知

$$W^r = N_1 W, \quad W^\theta = N_2 W \quad (24)$$

激波后速度在波面法向和切向投影分别为

$$\begin{cases} U_N = \vec{q} \cdot \vec{n}_s = U N_1 + V N_2 \\ V_N = \vec{q} \cdot \vec{\tau}_s = -U N_2 + V N_1 \end{cases} \quad (25a)$$

$$V_N = \vec{q} \cdot \vec{\tau}_s = -U N_2 + V N_1 \quad (25b)$$

由激波关系式

$$U_N = U_{N_\infty} + a \frac{1 - M_{r,s}^2}{(1 + \delta) M_{r,s}} \quad (26)$$

$$V_N = V_{N_\infty}$$

得到

$$U = M_\infty a_\infty \cos \theta + N_1 a_\infty \frac{1 - M_{r,s}^2}{(1 + \delta) M_{r,s}} \quad (27a)$$

$$V = -M_\infty a_\infty \sin \theta + N_2 a_\infty \frac{1 - M_{r,s}^2}{(1 + \delta) M_{r,s}} \quad (27b)$$

注意到存在下列激波关系式

$$\begin{cases} a = a_\infty [(r M_{r,s}^2 - \delta)(1 + \delta M_{r,s}^2)]^{1/2} / [(1 + \delta) M_{r,s}] \\ s = s_\infty + \frac{1}{2\gamma\delta} \left[ \ln \frac{\gamma M_{r,s}^2 - \delta}{1 + \delta} - \gamma \ln \frac{(1 + \delta) M_{r,s}^2}{1 + \delta M_{r,s}^2} \right] \end{cases} \quad (28)$$

方程(27)、(28)构成曲激波的Rankine-Hugoniot条件。

由(17)式得

$$\frac{a_r}{\delta} + u_r - a s_r = 2f_1^X + f_4^X - f_1^Y + f_1^Y + f_2^Y + 2f_3^Y + f_2^L + f_3^L + f_4^L \quad (29)$$

将Rankine-Hugoniot条件代入上式, 可以推得下述激波运动加速度的径向分量表达式

$$W_{r,s}^* = \left[ N_{1,r} \left( M_\infty \cos \theta + \frac{W^r}{N_1 a_\infty} \frac{C_2}{C_1} \right) - N_{2,r} M_\infty \sin \theta + \frac{(\gamma+1)}{4C_1 a_\infty} \Sigma_R \right] N_1 a_\infty \quad (30)$$

其中,

$$N_{1r} = \frac{N_1 N_2}{r_s} (N_1 W'_\theta + N_2 W'_r)$$

$$N_{2r} = \frac{N_1 N_2}{r_s} (-N_1 W'_\theta + N_2 W'_r)$$

$$C_1 = 2\sqrt{\frac{B}{A}} + N_1 \left(1 + \frac{1}{M_{r_s}^2}\right)$$

$$C_2 = -\frac{1}{M_{r_s}} + M_{r_s}$$

$$\Sigma_R = 2f_1^X + f_4^X - f_5^X + f_1^Y + f_2^Y + f_3^Y + f_2^L + f_3^L + f_4^L$$

$$A = \gamma M_{r_s}^2 - \frac{\gamma - 1}{2}$$

$$B = M_{r_s}^2 \frac{\gamma - 1}{2} + 1$$

$$W'_\theta = \begin{cases} \frac{W'_{m+1} - W'_{m-1}}{2\Delta\theta} & m < MC \\ \frac{3W'_{MC} - 4W'_{MC-1} + W'_{MC-2}}{2\Delta\theta} & m = MC \end{cases}$$

激波相对马赫数为

$$M_{r_s} = \frac{[M_\infty a_\infty (N_1 \cos\theta - N_2 \sin\theta) - W'_r / N_1]}{a_\infty} \quad (31)$$

计算时, 先由(30)式得到激波运动加速度, 再由(31)式得到激波运动相对马赫数, 代入激波关系式即得到波后参数值。

从上述求解波后参数的过程可以看出, 在这里激波的处理无需迭代或后修正, 从而为本文方法的快速性作了贡献。

#### 四、算例及结果分析

利用上面的计算方法, 我们对圆柱头和柱楔体进行了广泛的计算。限于篇幅, 下面仅列出圆柱头流场的详细结果。图中参数均用来流参数进行了无量纲化。压力值为无量纲压力的对数值。

图2给出了圆柱绕流计算中, 驻点压力随时间的变化曲线, 来流马赫数为4。从图中可以看出, 驻点压力在计算开始时波动很大, 但很快即趋于平稳, 最后稳定下来, 这也意味着计算收敛。

图3示出的是上述算例的等马赫线图。这一结果与文献[3]中的结果完全一致。但文献[3]中用谱方法的计算时间步数为2000, 而本算法的时间步数为200, 相差一个数量级, 由此可以看出本文算法的优势。激波脱体距离 $l$ 为 $l/R=0.5158$ , 式中 $R$ 为圆柱头的半径。

图4给出的是上述算例的壁面压力分布, 图5给出的是该流场的等压线。

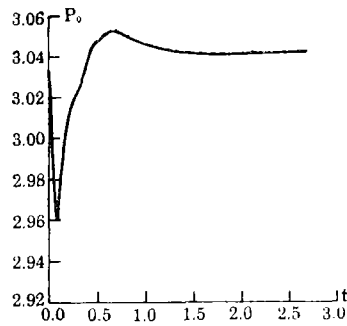


图2 驻点压力随时间的演变过程( $M=4$ )  
Fig. 2 Time variation of stagnation point pressure( $M=4$ )

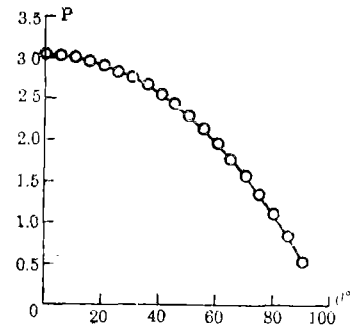


图4 壁面压力分布  
Fig. 4 Pressure distribution along the wall

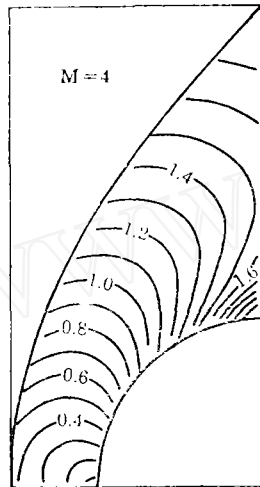


图3 圆柱绕流的等马赫线  
Fig. 3 Isomach line of the flow around a cylinder

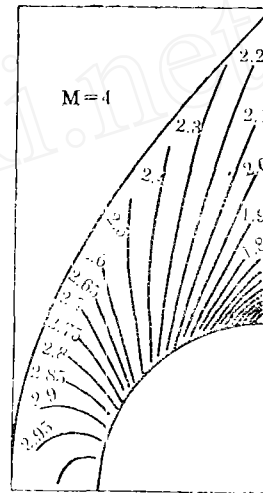


图5 圆柱绕流的等压线  
Fig. 5 Isobar of the flow around the cylinder

我们还对更高马赫数来流条件下的算例进行了计算, 结果十分满意, 而且发现本文算法对初场要求很宽。

本文结果易推广到轴对称流动, 结果将另文刊出。



## 参 考 文 献

- 1 Moretti G. The  $\lambda$ -scheme. *Computer & Fluids*, 1979.
- 2 Moretti G. A Technique of Integrating 2-D Euler Equations. *Computer & Fluids*, 1987.
- 3 Muscchini M Y et al. , Spectral Method for Euler Equations, Part II - Chebyshev Methods and Shock Fitting. *AIAA J.*, 1984, 22
- 4 彭世铨. 高效快速欧拉方程解法[硕士学位论文]. 南京航空航天大学.

## A Fast Solver for Supersonic Planar Fluid Flow Around Blunt Body

Peng Shiliu

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Yu Shaozhi

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics)

**Abstract** A fast Euler Solver for planar flows is developed in this paper. Euler Equations of generalized Riemann variable are derived from unsteady primitive variable Euler equations and solved by using two-point-two-step upwind finite difference method. In order to deal with subsonic-supersonic flow around blunt bodies at supersonic speeds, a set of equations used for moving grids is established, the scheme constructed. A new technique is given for the treatment of the moving shock boundary. The result shows that this method is fast, not sensitive to primary flow and has a good stability.

**Key words** Euler equation, finite different method, supersonic flow, blunt body.